

# Formas Normales para CFG

Alan Reyes-Figueroa

Teoría de la Computación

(Aula 16) 30.septiembre.2024

Eliminar variables sobrantes  
Remover épsilon  
Remover producciones unarias  
Forma Normal de Chomsky

# Forma Normal de Chomsky

- Una CFG está en la *Forma Normal de Chomsky* (CNF) si todas sus producciones (reglas) son de la forma:
  1.  $A \rightarrow BC$  (lado derecho son 2 variables).
  2.  $A \rightarrow a$  (lado derecho es 1 terminal).
  
- **Teorema:** Si  $L$  es una CFL, entonces  $L - \{\epsilon\}$  posee una CFG en la Forma Normal de Chomsky.

# Prueba del Teorema CNF

- **Paso 0:** Agregar nuevo estado inicial  $S_0$ , y agregar  $S_0 \rightarrow S$ .
- **Paso 1:** “Limpiar” o reducir la gramática, así todo lado derecho o es un terminal o es 2 variables mínimo.
- **Paso 2:** Para cada lado derecho  $\neq$  terminal, hacer lado derecho de variables.
  - Para cada terminal  $a$ , crear una nueva variable  $X_a$  y una producción  $X_a \rightarrow a$ .
  - Reemplazar  $a$  por  $X_a$  en lados derechos de longitud  $> 2$ .

# Ejemplo: Paso 2

- Considere la producción  $A \rightarrow BcDe$ .
- Creamos variables  $X_c$  y  $X_e$ , con producciones  $X_c \rightarrow c$  y  $X_e \rightarrow e$ .
  - **Nota:** creamos máximo una variable para cada símbolo terminal, y lo usamos en todo lugar donde sea necesario.
- Reemplazar  $A \rightarrow BcDe$  por
$$A \rightarrow BX_cDX_e.$$

# Prueba CNF

□ **Paso 3:** Dividir los lados derecho con longitud  $> 2$  en producciones cuyos lados derecho sean 2 variables.

□ **Ejemplo:**  $A \rightarrow BCDE$

se reemplaza por la secuencia

$A \rightarrow FE, F \rightarrow GD, \text{ y } G \rightarrow BC.$

□ F y G no pueden usarse en ningún otro lugar.

## Ejemplo: Paso 3

- Recordemos que  $A \rightarrow BCDE$  fue reemplazada por

$$A \rightarrow FE, \quad F \rightarrow GD, \quad \text{y} \quad G \rightarrow BC.$$

- En la nueva gramática:

$$A \Rightarrow FE \Rightarrow GDE \Rightarrow BCDE.$$

- **Importante:** Una vez elegido el reemplazo de  $A$  por  $FE$ , continuamos con  $GDE$  and  $BCDE$ .

- Ya que  $F$  y  $G$  sólo tienen una producción.

# Algoritmo Conversión a CNF

- **Algoritmo:** (para convertir a CNF)  
Input:  $G$ , una CFG. Output:  $G_1$  una CNF.
  
- Hacer los siguientes pasos, en este orden:
  1. **START:** Eliminar símbolo inicial con  $S_0 \rightarrow S$ .
  2. **BIN:** Binarizar producciones:
    - 2a.) Remover símbolos terminales acompañados.
    - 2b.) Binarizar producciones con más de 2 variables.
  3. **DEL- $\epsilon$ :** Eliminar producciones- $\epsilon$ .
  4. **UNIT:** Eliminar producciones unarias.
  5. **TERM:** Eliminar producciones/símbolos sin uso.

# Prueba – Conversión a CNF

- Debemos probar que los pasos 1 a 5 anteriores producen una nueva gramática  $N$  cuyo lenguaje  $L(N)$  es idéntico al language  $L(G)$ .
- La prueba típicamente se realiza mediante inducción sobre la longitud de las derivaciones.

# Ejemplo – Conversión a CNF

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid e$$

Respuesta:

$$S_0 \rightarrow UA \mid VB \mid a \mid b \mid e$$

$$S \rightarrow UA \mid VB \mid a \mid b$$

$$U \rightarrow AS \mid a$$

$$V \rightarrow BS \mid b$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$