

Formas Normales para CFG

Alan Reyes-Figueroa
Teoría de la Computación

(Aula 16) 04.octubre.2023

Eliminar variables sobrantes
Remover ϵ
Remover producciones unarias
Forma Normal de Chomsky

Forma Normal de Chomsky

- ◆ Una CFG está en la *Forma Normal de Chomsky* (CNF) si todas sus producciones (reglas) son de la forma:
 1. $A \rightarrow BC$ (lado derecho son 2 variables).
 2. $A \rightarrow a$ (lado derecho es 1 terminal).
- ◆ **Teorema:** Si L es una CFL, entonces $L - \{\epsilon\}$ posee una CFG en la Forma Normal de Chomsky.

Prueba del Teorema CNF

- ◆ **Paso 0:** Agregar nuevo estado inicial S_0 , y agregar $S_0 \rightarrow S$.
- ◆ **Paso 1:** “Limpiar” o reducir la gramática, así todo lado derecho o es un terminal o es 2 variables mínimo.
- ◆ **Paso 2:** Para cada lado derecho \neq terminal, hacer lado derecho de variables.
 - ◆ Para cada terminal a , crear una nueva variable X_a y una producción $X_a \rightarrow a$.
 - ◆ Reemplazar a por X_a en lados derechos de longitud > 2 .

Ejemplo: Paso 2

- ◆ Considere la producción $A \rightarrow BcDe$.
- ◆ Creamos variables X_c y X_e , con producciones $X_c \rightarrow c$ y $X_e \rightarrow e$.
 - ▶ **Nota:** creamos máximo una variable para cada símbolo terminal, y lo usamos en todo lugar donde sea necesario.
- ◆ Reemplazar $A \rightarrow BcDe$ por
$$A \rightarrow BX_cDX_e.$$

Prueba CNF

◆ **Paso 3:** Dividir los lados derecho con longitud > 2 en producciones cuyos lados derecho sean 2 variables.

◆ **Ejemplo:** $A \rightarrow BCDE$

se reemplaza por la secuencia

$A \rightarrow FE, F \rightarrow GD, \text{ y } G \rightarrow BC.$

◆ F y G no pueden usarse en ningún otro lugar.

Ejemplo: Paso 3

- ◆ Recordemos que $A \rightarrow BCDE$ fue reemplazada por

$$A \rightarrow FE, F \rightarrow GD, \text{ y } G \rightarrow BC.$$

- ◆ En la nueva gramática:

$$A \Rightarrow FE \Rightarrow GDE \Rightarrow BCDE.$$

- ◆ **Importante:** Una vez elegido el reemplazo de A por FE , continuamos con GDE and $BCDE$.

- ◆ Ya que F y G sólo tienen una producción.

Algoritmo Conversión a CNF

- ◆ **Algoritmo:** (para convertir a CNF)
Input: G , una CFG. Output: G_1 una CNF.
- ◆ Hacer los siguientes pasos, en este orden:
 1. **START:** Eliminar símbolo inicial con $S_0 \rightarrow S$.
 2. **BIN:** Binarizar producciones:
 - 2a.) Remover símbolos terminales acompañados.
 - 2b.) Binarizar producciones con más de 2 variables.
 3. **DEL- ϵ :** Eliminar producciones- ϵ .
 4. **UNIT:** Eliminar producciones unarias.
 5. **TERM:** Eliminar producciones/símbolos sin uso.

Prueba – Conversión a CNF

- ◆ Debemos probar que los pasos 1 a 5 anteriores producen una nueva gramática N cuyo lenguaje $L(N)$ es idéntico al lenguaje $L(G)$.
- ◆ La prueba típicamente se realiza mediante inducción sobre la longitud de las derivaciones.

Ejemplo – Conversión a CNF

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid e$$

Respuesta:

$$S_0 \rightarrow UA \mid VB \mid a \mid b \mid e$$

$$S \rightarrow UA \mid VB \mid a \mid b$$

$$U \rightarrow AS \mid a$$

$$V \rightarrow BS \mid b$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$