Gramáticas Libre del Contexto

Alan Reyes-Figueroa

Teoría de la Computación **(Aula 14) 18.septiembre.2023**

Eliminar ambigüedad

Ambigüedad

- Consideremos la siguiente gramática:

  $E \rightarrow E - E,$

  $E \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

La cadena w = 3 - 3 - 3 puede derivarse como:

1) $E \rightarrow_{lm} E - E \rightarrow_{lm} E - E - E \rightarrow_{lm} 3 - E - E$
   $\rightarrow_{lm} 3 - 3 - E \rightarrow_{lm} 3 - 3 - 3$
2) $E \rightarrow_{rm} E - E \rightarrow_{rm} E - E - E \rightarrow_{rm} E - E - 3$
   $\rightarrow_{lm} E - 3 - 3 \rightarrow_{lm} 3 - 3 - 3$

Ambigüedad

Esto nos lleva a los árboles sintácticos

```
       E   (leftmost)                          E (rightmost)
     / |  \                                  /  | \
   E  -   E                                E  -   E
  / | \     |              y               |    / | \
 E  -  E    |                              |   E  -  E
 |     |    |                              |   |      |
 3     3    3                              3   3      3
```

Ambigüedad

Como los árboles son distintos, entonces la cadena w = 3 - 3 -3 es ambigua.

Esto significa que w se puede interpreter de dos formas:

1) (3 - 3) - 3 = 0 - 3 = -3 (árbol leftmost)
2) 3 - (3 - 3) = 3 – 0 = 3 (árbol rightmost)

Nos interesa que una gramática G no tenga expresiones ambiguas.

Ambigüedad

Objetivo:

Producir una gramática G’ equivalente a la gramática G, pero que no tenga expresiones ambiguas.

Para ello, debemos tomar en cuenta dos aspectos:

- La asociatividad de los operadores.
- La jerarquía de los operadores.

Asociatividad

Cada operador binario posee una asociatividad "natural". Por ejemplo:

La expresión 7-1-3 se ejecuta (7-1)-3 (primero se calcula la resta izquierda).

La resta - tiene asociatividad a la izquierda.

La expresión 2^2^3 se ejecuta 2^(2^3) (primero se calcula la potencia derecha).

La potencia ^ tiene asociatividad a la derecha.

Eliminación de ambigüedad

Asociatividad:

- Si los mismos operadores de precedencia están en producción, entonces tendremos que considerar la asociatividad.
- Si la asociatividad es de izquierda a derecha, entonces tenemos que provocar una recursión a la izquierda en la producción. Si la asociatividad es de derecha a izquierda, entonces tenemos que provocar la recursión a la derecha en las producciones.

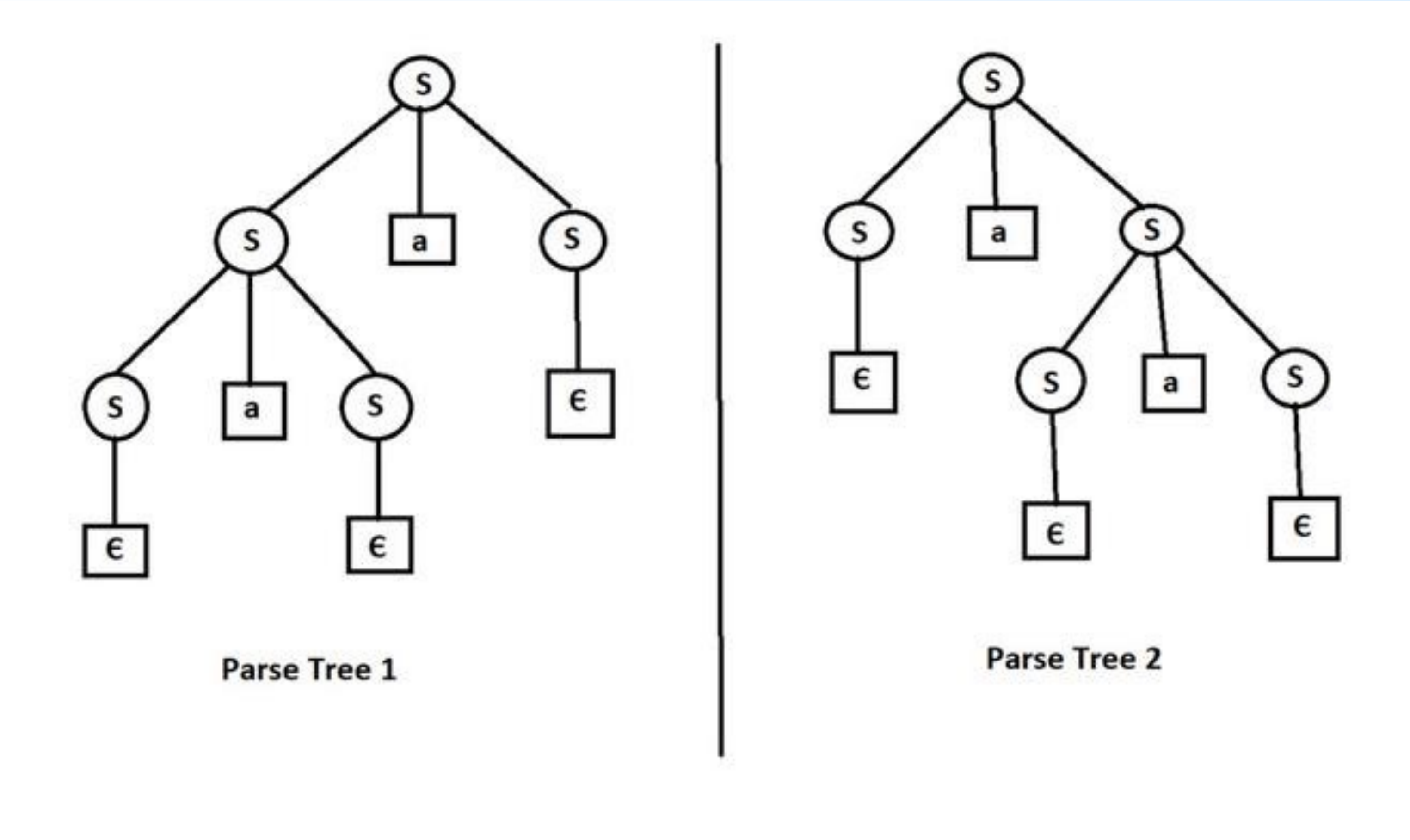
Eliminación de ambigüedad

- **Si queremos asociatividad a la izquierda:**
- Para remover la ambigüedad, simplemente hacemos que la gramática sea ***recursiva a la izquierda***.
  Para ello:
- Reemplazamos el símbolo no terminal más a la derecha en el lado derecho de la producción con otra variable no terminal.

Eliminación de ambigüedad

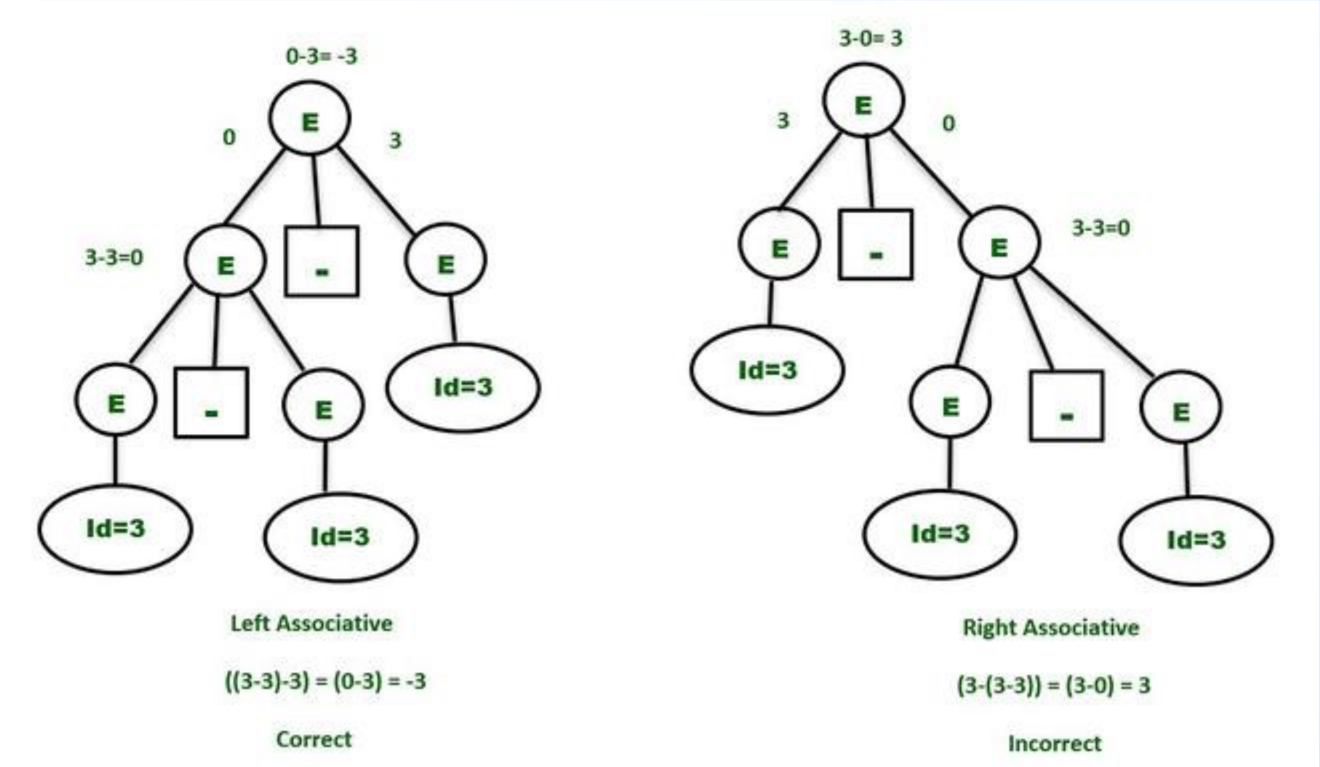
- **Si queremos asociatividad a la derecha:**
- Para remover la ambigüedad, simplemente hacemos que la gramática sea ***recursiva a la derecha***.
  Para ello:
- Reemplazamos el símbolo no terminal más a la izquierda en el lado derecho de la producción con otra variable no terminal.

Eliminación de ambigüedad



Ejemplo

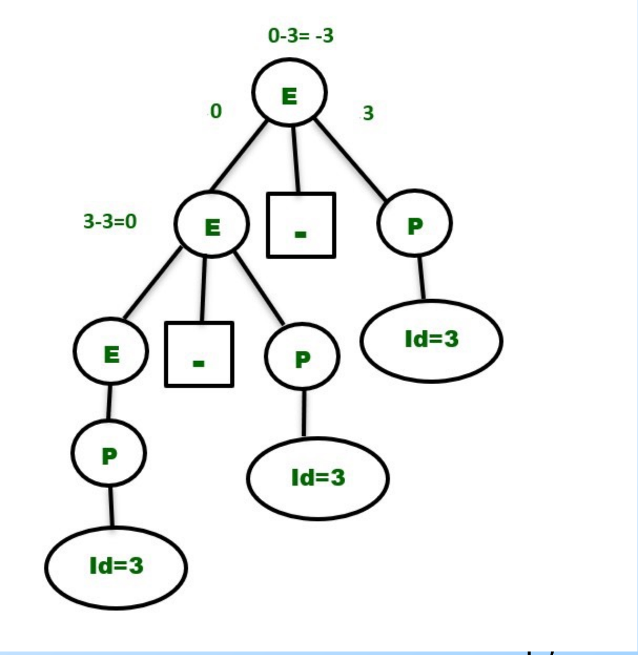
- $E \rightarrow E - E$
  $E \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$



Ejemplo

Removemos la ambigüedad

- $E \rightarrow E - X$
  $X \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$
  $E \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$



Eliminación de ambigüedad

Jerarquía de operadores:

- Si se utilizan diferentes operadores, consideraremos la precedencia de los operadores.
  - El nivel al que está presente la producción denota la prioridad del operador.
  - La producción a niveles más altos tendrá operadores con menor prioridad.
  - La producción en los niveles inferiores tendrá operadores con mayor prioridad.

Ejemplo

- $E \rightarrow E + E$
  $E \rightarrow E * E$
  $E \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

Removemos la ambigüedad como:

- $E \rightarrow E + F$
  $E \rightarrow F$
  $F \rightarrow F * G$
  $F \rightarrow G$
  $G \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

Ejercicio

Remover la ambigüedad de la CFG:

- $S \rightarrow SS \mid (S)$
  $S \rightarrow E$
  $E \rightarrow E * E$
  $E \rightarrow E + E$
  $E \rightarrow E \wedge E$
  $E \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

Eliminación de ambigüedad

- Consideremos la siguiente gramática:

  $S \rightarrow aSbS$, $S \rightarrow bSaS$, $S \rightarrow \varepsilon$

- La gramática resultante es ambigua. Por ejemplo, para la cadena **abab**, tenemos
- **S -> aSbS ->aSbaSbS ->* abab**
- **S -> aSbS ->abSaSbS ->* abab**

Ejemplo

- $S \rightarrow aSbS, \quad S \rightarrow bSaS, \quad S \rightarrow \varepsilon$

Removemos la ambigüedad como:

- $S \rightarrow aSbT$
  $S \rightarrow bSaT$
  $S \rightarrow T$
  $T \rightarrow \varepsilon$