Expresiones Regulares

Alan Reyes-Figueroa

Teoría de la Computación **(Aula 03a) 12.julio.2023**

Operaciones para lenguajes
Operaciones para cadenas
Expresiones regulares

Operaciones para lenguajes

Dados lenguajes L, L_1 y $L_{2,}$ tenemos

- La *concatenación* L_1L_2 es el lenguaje

  $L_1L_2 = \{w_1w_2 : w_1 \in L_1 , w_2 \in L_2\}$.
- La *unión* $L_1 \cup L_2$ es el lenguaje

  $L_1 \cup L_2 = \{w : w \in L_1 \text{ ó } w \in L_2\}$.
- La *cerradura de Kleene* de L es

  $L^* = \{w_1w_2 \dots w_n : w_i \in L, n \geq 0\}$.

Operaciones para lenguajes

- La *cerradura positiva* de L es el lenguaje

$$L^+ = \{w_1w_2 \ldots w_n : w_i \in L, n \geq 1\}.$$

Ejemplo: $L_1 = \{a, aa\}$ $L_2 = \{\varepsilon, b, c\}$.

$L_1 \cup L_2 = \{\varepsilon, a, aa, b, c\}$.

$L_1L_2 = \{a, ab, ac, aa, aab, aac\}$.

$L_2^* = \{\varepsilon, b, c, bb, bc, cc, cb, bbb, bbc, \ldots\}$.

Expresiones regulares

Una *expresión regular* es una representación de un lenguaje. (no de cualquier lenguaje)

Los lenguajes que son representables mediante expresiones regulares se llaman *lenguajes regulares*.

Dado un alfabeto Σ, para representar un lenguaje regular usamos los símbolos en Σ, y ciertos operadores especiales:

Expresiones regulares

- ab ó a·b, para la concatenación
- a u b, ó a | b ó a+b, para la unión
- a^* para la cerradura de Kleene
- a^+ para la cerradura positiva
- (,), [,], para definirar agrupaciones y jerarquías

También se usan otros símbolos como abreviaturas: $[a_1, a_2, \ldots, a_n]$

$[a_1 - a_n]$

Expresiones regulares

Las expresiones regulares en un alfabeto Σ se construyen siguiendo las

1. ε y cualquier elemento de Σ es una expresión regular.
2. Si α y β son expresiones regulares, también lo es αβ.
3. Si α y β son expresiones regulares, también lo es α | β.
4. Si α es expresión regular, también lo son α^* y α^+.
5. Sólo las reglas 1-4 generan expresiones regulares.

Expresiones regulares

<u>Ejemplo</u>: En $\Sigma = \{0,1\}$

$\alpha = (0|1)^*0$ es expresión regular.

Representa todas las cadenas terminadas en 0.

<u>Ejemplo</u>: En $\Sigma = \{a,b\}$

$\beta = b^*(abb^*)(a|\varepsilon)$ es expresión regular.

Cadenas que comienzan con un número cualquiera de b's, luego tiene ab, luego tiene cualquier número de b's luego terminan en a ó en ε.

Propiedades

- $r|s = s|r$ la unión es conmutativa
- $r|(s|t) = (r|s)|t$ la unión es asociativa
- $r(st) = (rs)|t$ concatenación es asociativa
- $r(s|t) = rs|rt$ la concatenación se
- $(s|t)r = sr|tr$ distribuye respecto de |
- $\varepsilon r = r\varepsilon = r$ ε elemento neutro de .
- $(r|\varepsilon)^* = r^*$ ε siempre está en una cerradura de Kleene
- $r^{**} = r^*$ * es idempotente