

Métodos Numéricos II 2025

Lista 04

25.septiembre.2025

En los siguientes ejercicios puede utilizar cualquiera de entre las librerías JuMP o Pulp, la de su preferencia, para resolver los siguientes problemas de programación lineal.

1. (Modelo de Producción, Período único)

En preparación para la temporada invernal, una compañía fabricante de ropa está manufacturando abrigos de piel con capucha y chamarras con relleno de plumas de ganso, pantalones con aislamiento y guantes. Todos los productos se elaboran en cuatro departamentos diferentes: corte, aislamiento, costura y empaque. La compañía recibió pedidos en firme de sus productos. El contrato estipula una penalización por los artículos no surtidos. Elabore un plan de producción óptimo para la compañía, con base en los siguientes datos:

| Departamento | Tiempo por unidades (h) | | | | Capacidad (h) |
|-------------------------|-------------------------|-------------------|------------|---------|---------------|
| | Chamarras | Relleno de plumas | Pantalones | Guantes | |
| Corte | .30 | .30 | .25 | .15 | 1000 |
| Aislamiento | .25 | .35 | .30 | .10 | 1000 |
| Costura | .45 | .50 | .40 | .22 | 1000 |
| Empaque | .15 | .15 | .1 | .05 | 1000 |
| Demanda | 800 | 750 | 600 | 500 | |
| Utilidad unitaria | \$30 | \$40 | \$20 | \$10 | |
| Penalización por unidad | \$15 | \$20 | \$10 | \$8 | |

Figure 1: Tabla de costos y utilidades por manufactura.

- Modelar de forma matemática el problema de programación lineal para la producción óptima.
- Resolver el problema mediante el algoritmo Simplex (a mano o en Excel). Indique cuál es la producción óptima, la utilidad obtenida, los faltantes o merma en la producción, así como la penalización asociada a este faltante.
- Resuelva de nuevo el problema, ahora usando la librería JuMP. Compare con su solución (b).
- Investigue cómo introducir restricciones enteras para las variables. Resuelva de nuevo el problema imponiendo condiciones enteras sobre la producción. ¿Se obtiene la misma solución óptima? Discutir.

2. (Modelo de Producción, Períodos múltiples)

Acme Manufacturing Company firmó un contrato para entregar 180, 250, 190, 140, 220 y 250 ventanas para casa durante los siguientes seis meses. El costo de producción (mano de obra, material y servicios) por ventana varía por período y se estima que será de \$50, \$45, \$55, \$52, \$48 y \$50 durante los próximos seis meses. Para aprovechar las fluctuaciones del costo de fabricación, Acme puede producir más ventanas de las necesarias en un mes dado y conservar las unidades adicionales para entregarlas en meses posteriores. Esto supondrá un costo de almacenamiento del inventario a fin de mes, a razón de \$8 por ventana por mes en los meses 1, 5 y 6. En los meses 2, 3, y 4, los costos por almacenaje son de \$10 por ventana debido a la temporada de alta demanda. Asumiendo que la empresa tiene una capacidad máxima de producción de 225 ventanas cada mes, desarrolle un programa lineal para determinar el programa de producción óptimo.

- Formular el problema de programación lineal.
- Resolver el problema usando la librería JuMP o Pulp, en variables continuas, y determinar la producción óptima. Haga un diagrama o esquema de la producción óptima, similar a la Figura 2, indicando las producciones en cada mes, así como los inventarios. Compare contra la solución (no óptima) que produce exactamente la demanda de cada mes. Elabore una tabla mes a mes, indicando los costos de producción, los costos de inventario, el costo total y el ahorro generado al compararlo con la producción no óptima anterior.

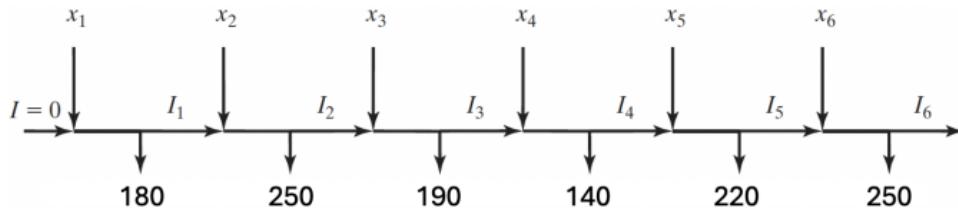


Figure 2: Representación esquemática del sistema de producción e inventario.

- c) ¿Se obtiene la misma solución óptima al introducir restricciones enteras?

3. (Modelo de renovación urbana)

La ciudad de Ersville enfrenta un grave recorte de presupuesto. Buscando una solución a largo plazo para mejorar la base tributaria, el consejo de la ciudad propone la demolición de un área de viviendas dentro de la ciudad, y su reemplazo con un moderno desarrollo. El proyecto implica dos fases: (1) demolición de casas populares para obtener el terreno para el nuevo desarrollo, y (2) construcción del nuevo desarrollo. A continuación, un resumen de la situación.

- (1) Se pueden demoler 300 casas populares. Cada casa ocupa un lote de 0.25 acres. El costo de demoler una casa es de \$2000.
- (2) Los tamaños de los lotes para construir casas unifamiliares, dobles, triples y cuádruples, son de 0.18, 0.28, 0.4 y 0.5 acres, respectivamente. Las calles, los espacios abiertos y el área para la instalación de servicios, ocupan 15% del área disponible.
- (3) En el nuevo desarrollo, las unidades triples y cuádruples ocupan por lo menos 25% del total. Las unidades sencillas deben ser al menos 20% de todas las unidades, y las unidades dobles deben ocupar un mínimo de 10%.
- (4) El impuesto por unidad aplicado a las unidades sencillas, dobles, triples y cuádruples es de \$1000, \$1900, \$2700 y \$3400, respectivamente.
- (5) El costo de construcción por unidad de las casas sencillas, dobles, triples y cuádruples es de \$50,000, \$70,000, \$130,000 y \$160,000, respectivamente. El financiamiento a través de un banco local está limitado a \$15 millones.

¿Cuántas unidades de cada tipo se deben construir para maximizar la recaudación de impuestos? Deberá hacer lo siguiente:

- a) Formular el problema de programación lineal.
- b) Resolver el problema usando la librería JuMP o Pulp, en variables continuas, y determinar la distribución óptima.
- c) Resolver el problema en variables enteras, y comparar la solución con la de (b). Discuta sus resultados.

4. (Modelo de asignación de horarios)

La ciudad de Guatemala estudia la factibilidad de utilizar un sistema de autobuses de transporte masivo para reducir el tráfico urbano. El estudio busca la cantidad mínima de autobuses que satisfaga las necesidades de transporte. Después de reunir la información necesaria, el ingeniero de tránsito observó que la cantidad mínima de autobuses que se requería fluctuaba según la hora del día, y dicha cantidad se podía representar de forma aproximada por valores constantes durante intervalos de 4 horas sucesivos. La siguiente figura resume los hallazgos del ingeniero.

Para realizar el mantenimiento diario requerido, cada autobús puede operar sólo 8 horas continuas al día. Aquí, x_i es la cantidad de autobuses que inician en el turno i . En este problema, se desea minimizar el número de total de buses circulantes diarios, de modo que en cada tramo de tiempo, satisfaga la distribución de la demanda requerida (ver figura).

- a) Formular el problema de programación lineal.
- b) Resolver el problema usando la librería JuMP o Pulp, en variables continuas, y determinar la distribución óptima.

| Turno | Horario |
|-------|-------------------------|
| 1 | 00:00 A.M. a 07:59 A.M. |
| 2 | 04:00 A.M. a 11:59 A.M. |
| 3 | 08:00 A.M. a 03:59 P.M. |
| 4 | 12:00 P.M. a 07:59 P.M. |
| 5 | 04:00 P.M. a 11:59 P.M. |
| 6 | 08:00 P.M. a 03:59 A.M. |

Table 1: Información de turnos y horarios para el Problema 4.

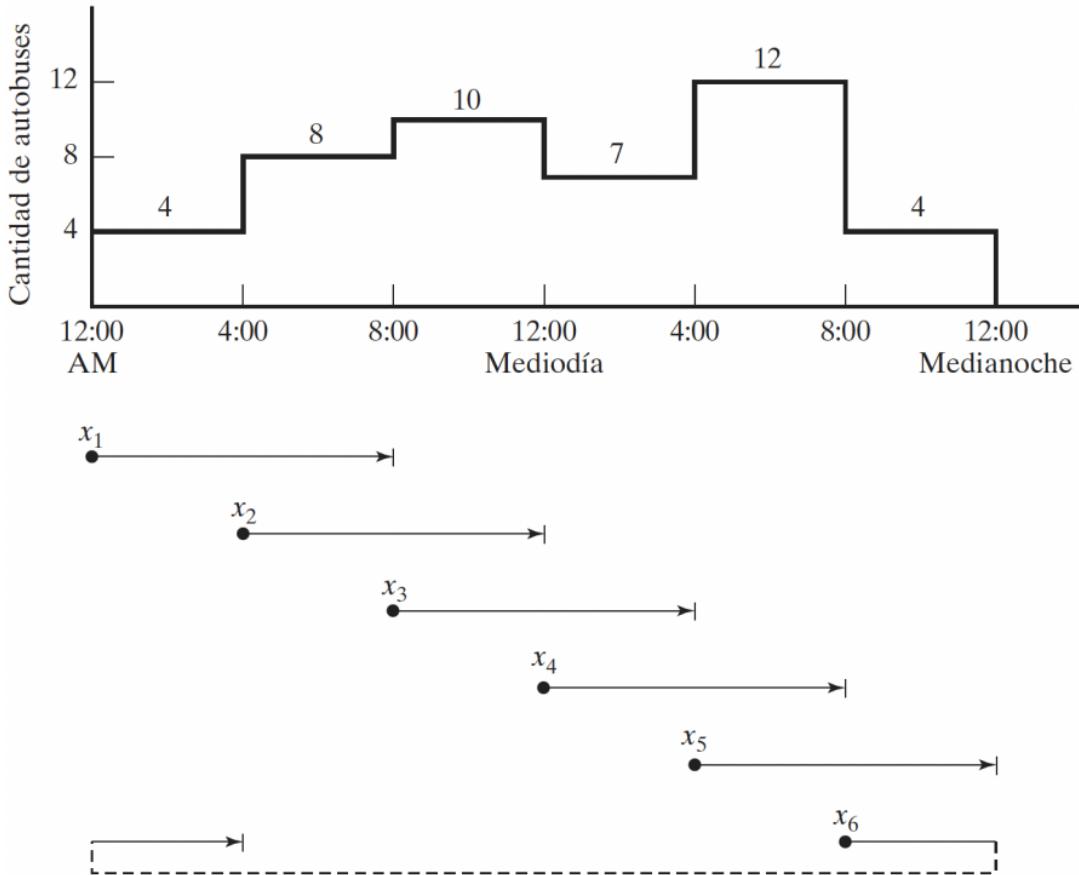


Figure 3: Cantidad (demanda) de buses en función de la hora del día.

5. Tres refinerías con capacidades diarias de 6, 5 y 8 millones de galones, respectivamente, abastecen a tres áreas de distribución con demandas diarias de 4, 8 y 7 millones de galones, respectivamente. La gasolina se transporta a las tres áreas de distribución a través de una red de oleoductos. El costo de transporte es de \$0.10 por 1000 galones por kilómetro de oleoducto. En la tabla 1 se presenta la distancia en kilómetros entre las refinerías y las áreas de distribución. La refinería 1 no está conectada al área de distribución 3.

| | Área 1 | Área 2 | Área 3 |
|-------------|--------|--------|--------|
| Refinería 1 | 120 | 180 | — |
| Refinería 1 | 300 | 100 | 80 |
| Refinería 1 | 200 | 250 | 120 |

- (a) Formular el modelo de transporte asociado.

- (b) Usando JuMP o Pupl, determine el programa de envíos óptimo en la red de distribución.
- (c) Suponga ahora que la demanda diaria en el área 3 disminuye a 4 millones de galones. La producción excedente en las refinerías 1 y 2 se envía a otras áreas de distribución por medio de camiones. El costo de transporte por 100 galones es de \$1.50 desde la refinería 1 y de \$2.20 desde la refinería 2. La refinería 3 puede enviar su producción excedente a otros procesos químicos dentro de la planta.
Formule y resuelva de nuevo el programa óptimo de envíos.

6. Resuelva el siguiente problema de asignación.

| | | | | | | |
|------|-----|-----|------|-----|-----|-----|
| \$3 | \$8 | \$2 | \$10 | \$3 | \$3 | \$9 |
| \$2 | \$2 | \$7 | \$6 | \$5 | \$2 | \$7 |
| \$5 | \$6 | \$4 | \$5 | \$6 | \$6 | \$6 |
| \$4 | \$2 | \$7 | \$5 | \$9 | \$4 | \$7 |
| \$10 | \$3 | \$8 | \$4 | \$2 | \$3 | \$5 |
| \$3 | \$5 | \$4 | \$2 | \$3 | \$7 | \$8 |