PUNTO DE CAUCHY

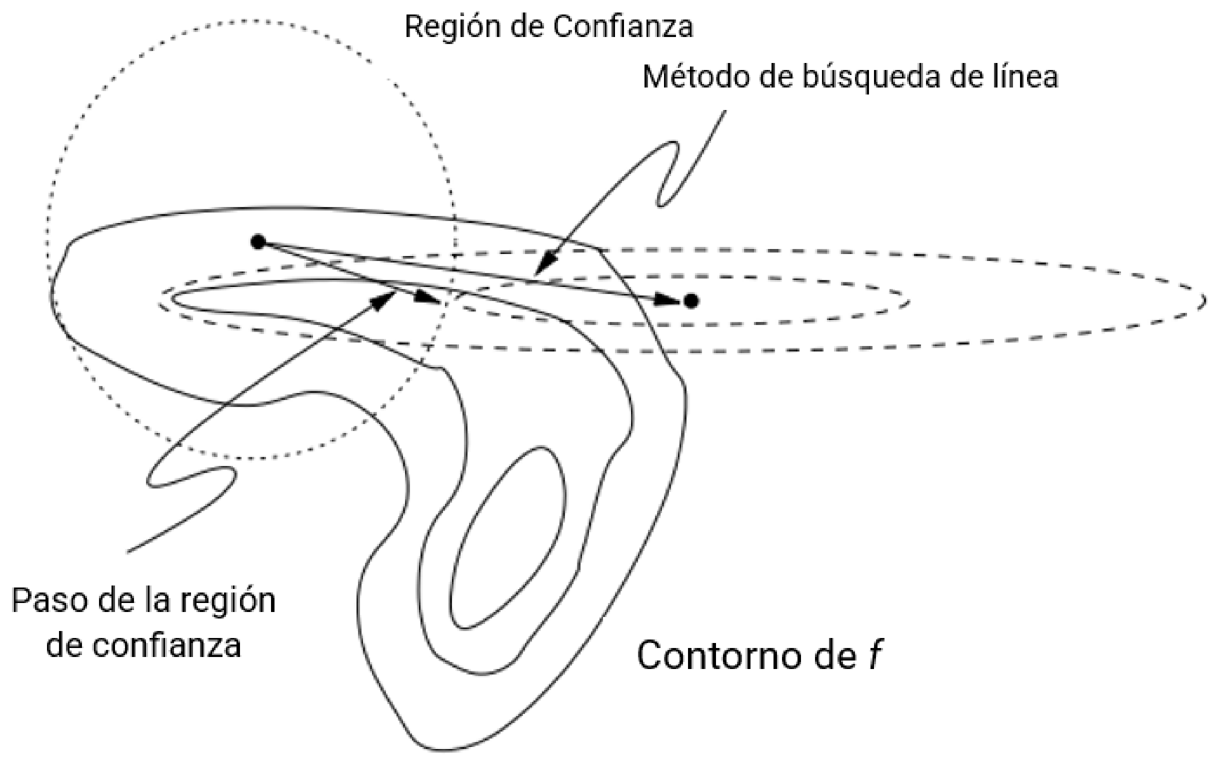
y métodos de punto interior

Juan Luis Solórzano
José Emilio Gordillo

Métodos de Punto Interior

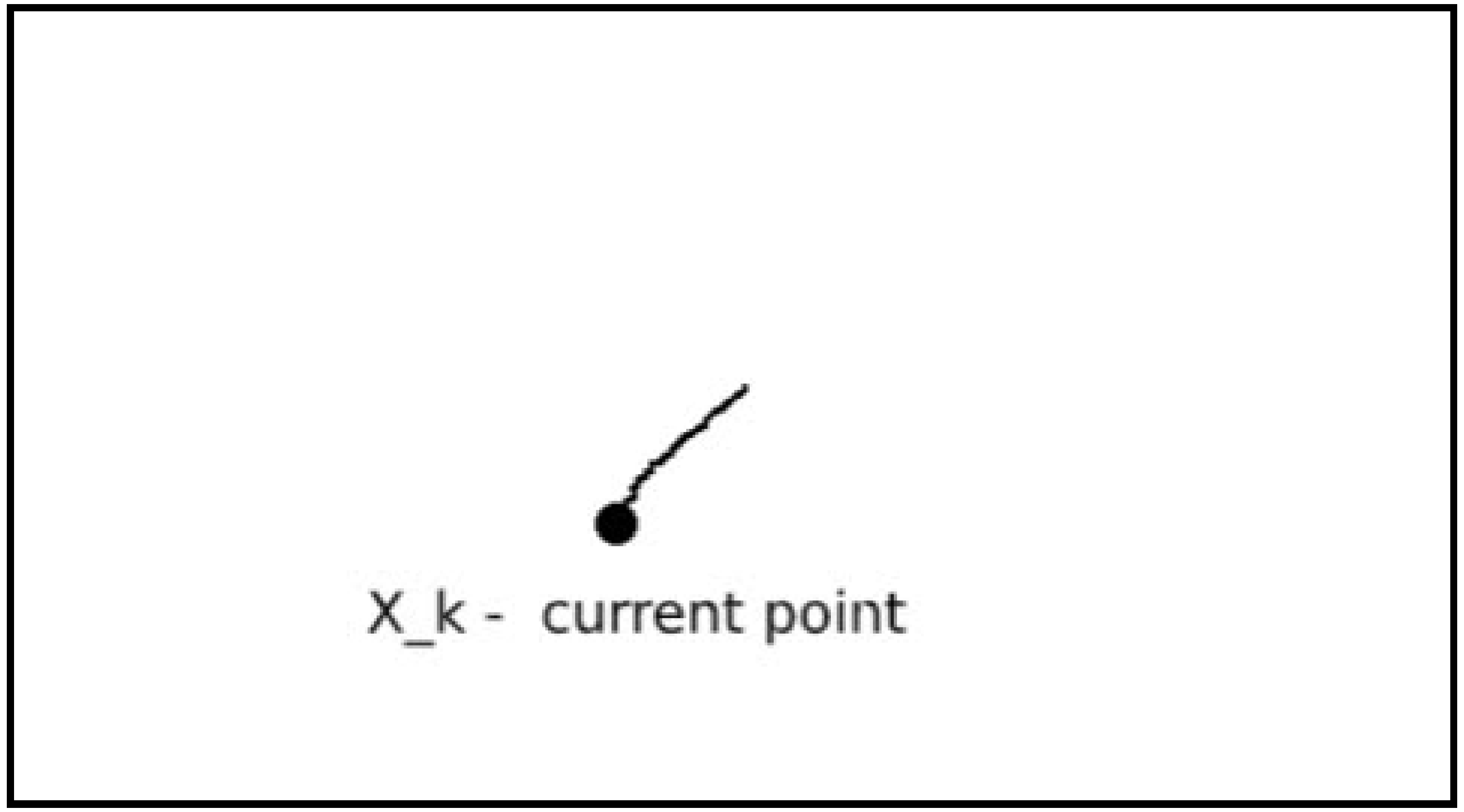
Los métodos de punto interior establecen una región alrededor de un punto actual, considerando que el modelo es una buena aproximación de la función objetivo. Dentro de esta, se selecciona un paso que minimice aproximadamente la función.

Este proceso determina simultáneamente la dirección y longitud del paso. Si el paso resulta inadecuado, se ajusta la región para identificar una nueva opción.

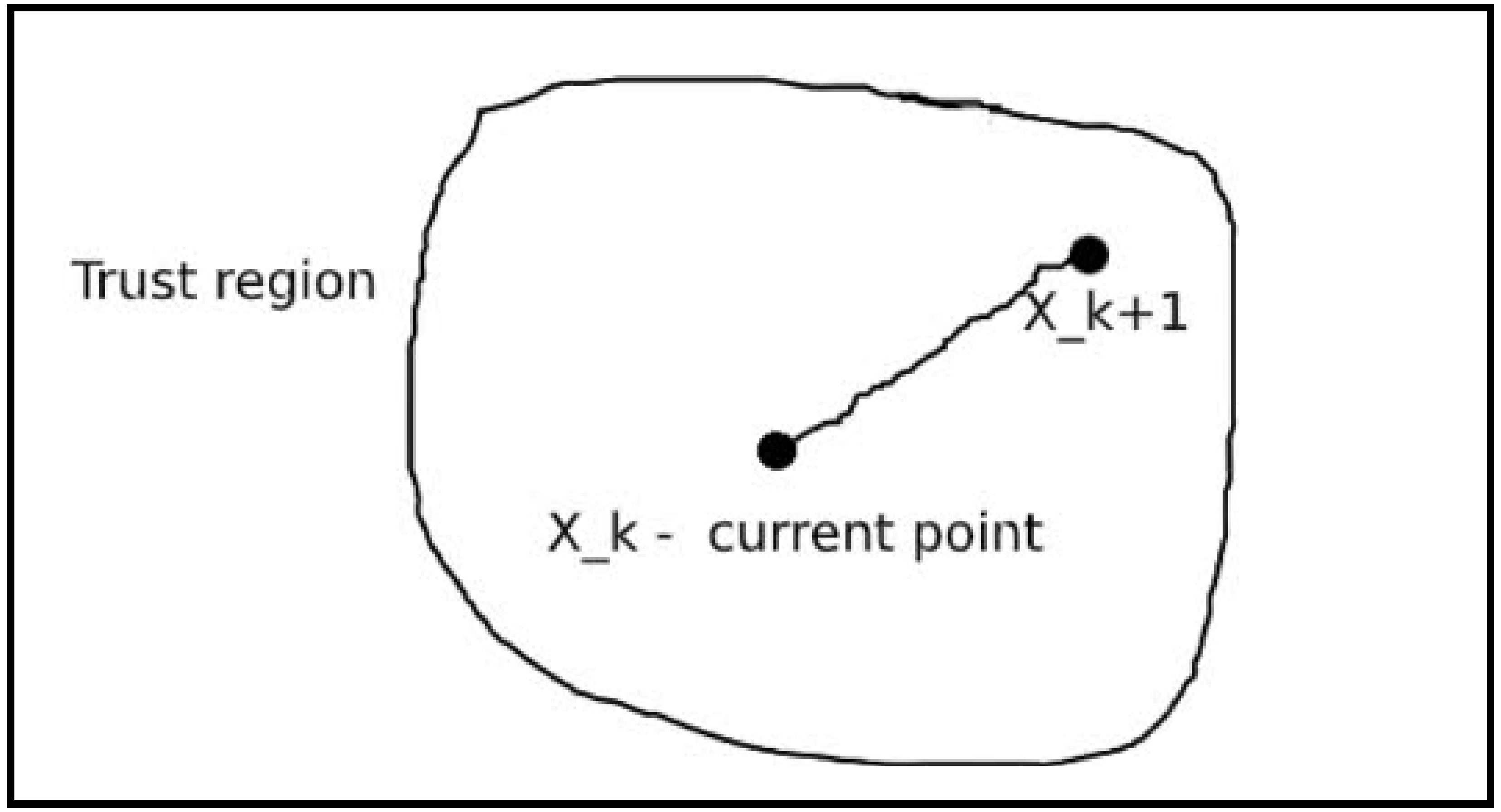


Comparación entre Métodos

Busqueda en Línea



Busqueda en Región de Confianza



Pseudocódigo

$$\min_{p \in R^n} m_k(p) = f(x_k) + (\nabla f(x_k))^T p + \frac{1}{2} p^T B_k p \quad \|p\| \leqslant \Delta_k$$

$$\rho_k = \frac{f(x_k) - f(x_k + p_k)}{m_k(0) - m_k(p_k)}$$

Inicialización:

- Establecer $k = 0$, $\Delta 0 > 0$ y elegir un punto de inicio $x0$ mediante una conjetura fundamentada.

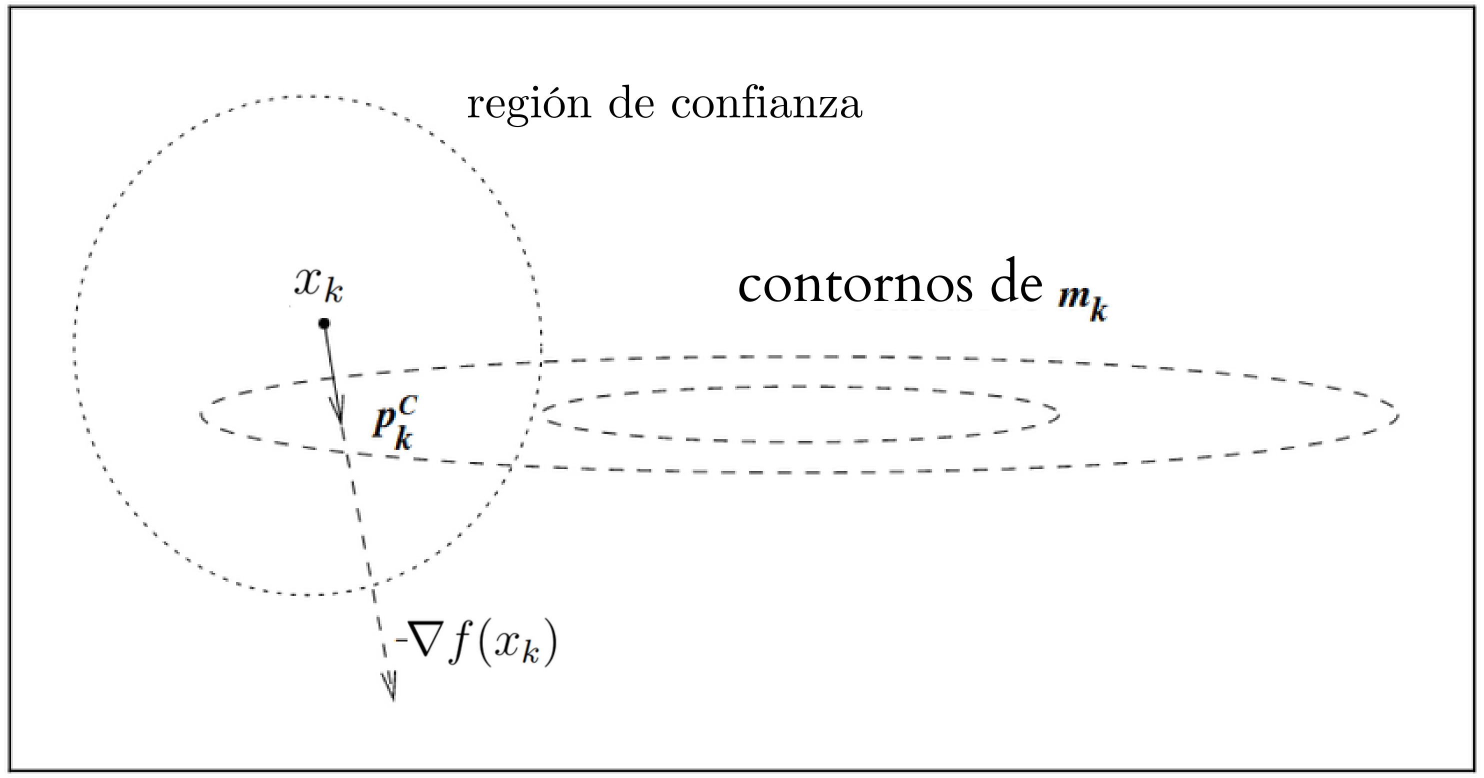
Fijar $\eta v \in (0, 1)$ (típicamente, $\eta v = 0.9$), $\eta s \in (0, \eta v)$ (típicamente, $\eta s = 0.1$), $\gamma i \geqslant 1$ (típicamente, $\gamma i = 2$), y $\gamma d \in (0, 1)$ (típicamente, $\gamma d = 0.5$).

Hasta que se alcance la "convergencia", repetir:

- Construir un modelo cuadrático.
- Resolver aproximadamente el subproblema de la región de confianza para encontrar sk tal que $m(sk)$ "<" fk y $//sk// \leqslant \Delta k$, y definir ρk.
  - Si $\rho k \geqslant \eta v$ (paso de TR "muy exitoso"), establecer $xk+1 = xk + sk$ y $\Delta k+1 = \gamma i \Delta k$.
  - Si $\rho k \geqslant \eta s$ (paso de TR "exitoso"), establecer $xk+1 = xk + sk$ y $\Delta k+1 = \Delta k$.
  - Si $\rho k < \eta s$ (paso de TR "no exitoso"), establecer $xk+1 = xk$ y $\Delta k+1 = \gamma d \Delta k$.
  - Incrementar k en 1.

Punto de Cauchy

- $$\min_{p \in R^n} m_k(p) = f(x_k) + (\nabla f(x_k))^T p + \frac{1}{2} p^T B_k p \quad \|p\| \leqslant \Delta_k$$
- $$p_k^s = \arg\min_{p \in R^n} f(x_k) + (\nabla f(x_k))^T p \qquad \|p\| \leqslant \Delta_k$$
- $$p_k^s = \frac{-\Delta_k}{\|\nabla f(x_k)\|} \nabla f(x_k)$$
- $$p_k^c = -\tau_k \frac{\Delta_k}{\|\nabla f(x_k)\|} \nabla f(x_k)$$



Punto de Cauchy

- $$\tau_k = \begin{cases} 1 & \text{si } \left(\nabla f(x_k)\right)^T B_k \nabla f(x_k) \leq 0 \\ \text{mín}\left(\dfrac{\|\nabla f(x_k)\|^3}{\Delta_k \left(\nabla f(x_k)\right)^T B_k \nabla f(x_k)}, 1\right) & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$