

# Elements of Machine Learning 2025

Lista 04

30.abril.2025

1. Para los siguientes datos: Construir el clasificador bayesiano óptimo en el caso simétrico ( $\lambda_{01} = \lambda_{10} = 1$ ) y simple ( $\lambda_{00} = \lambda_{11} = 0$ ).

|         | $X = 1$ | $X = 2$ | $X = 3$ | $X = 4$ |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| $Y = 0$ | 0.09    | 0.16    | 0.17    | 0.05    |
| $Y = 1$ | 0.15    | 0.07    | 0.10    | 0.21    |

Hallar el error de este clasificador.

2. Para los siguientes datos: Repita la construcción del clasificador bayesiano óptimo del Ejercicio 1, pero ahora con los siguientes supuestos:

- a) Un falso positivo pesa el doble que un falso negativo;
- b) Un falso negativo cuesta tres veces lo que un falso positivo.

En cada caso, calcular el error del clasificador.

3. Realizar un clasificador bayesiano óptimo para dos distribuciones continuas con densidad exponencial,  $f_0 \sim \text{Exp}(1)$  y  $f_1 \sim \text{Exp}(3)$ . Esto es, las densidades son

$$f_0(x) = e^{-x}, \quad f_1(x) = 3e^{-3x},$$

asumiendo la siguiente información:

- a) El caso simétrico, con prioris uniformes;
- b) Un falso positivo pesa el doble que un falso negativo;
- c) El caso simétrico, pero con  $\mathbb{P}(Y = 0) = \frac{2}{5}$  y  $\mathbb{P}(Y = 1) = \frac{3}{5}$ .

4. La siguiente tabla de datos muestra información de la decisión de jugar o no jugar golf, en función de varios factores como el tipo de clima, temperatura, humedad, o si hay viento, para 14 observaciones diferentes. Las variables son:  $X_1 = \text{Outlook}$ ,  $X_2 = \text{Temperature}$ ,  $X_3 = \text{Humidity}$  y  $X_4 = \text{Windy}$ .

Con base en la evidencia de la tabla, construya un clasificador *Naïve Bayes*, y determine si se debe o no jugar golf en los siguientes casos:

- $x = (\text{Rainy}, \text{Hot}, \text{High}, \text{False})$ .
- $x = (\text{Sunny}, \text{Hot}, \text{Normal}, \text{False})$ .

Elabore en Python una tabla con todos los 36 casos posibles de combinaciones de variables y su respectivo resultado en el clasificador *Naïve Bayes*.

| Obs. | Outlook  | Temperature | Humidity | Windy | Play Golf? |
|------|----------|-------------|----------|-------|------------|
| 0    | Rainy    | Hot         | High     | False | No         |
| 1    | Rainy    | Hot         | High     | True  | No         |
| 2    | Overcast | Hot         | High     | False | Yes        |
| 3    | Sunny    | Mild        | High     | False | Yes        |
| 4    | Sunny    | Cool        | Normal   | False | Yes        |
| 5    | Sunny    | Cool        | Normal   | True  | No         |
| 6    | Overcast | Cool        | Normal   | True  | Yes        |
| 7    | Rainy    | Mild        | High     | False | No         |
| 8    | Rainy    | Cool        | Normal   | False | Yes        |
| 9    | Sunny    | Mild        | Normal   | False | Yes        |
| 10   | Rainy    | Mild        | Normal   | True  | Yes        |
| 11   | Overcast | Mild        | High     | True  | Yes        |
| 12   | Overcast | Hot         | Normal   | False | Yes        |
| 13   | Sunny    | Mild        | High     | True  | No         |