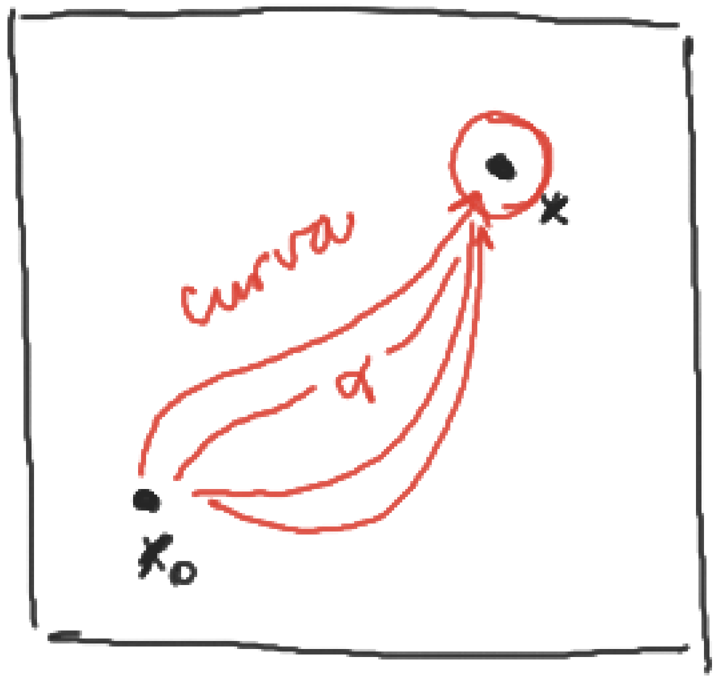


$x_0 \in D$ $\quad$ $x_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n}) \in \mathbb{R}^n$

$x \in D$ $\quad$ $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$

$D \subseteq \mathbb{R}^n$

Esperado: Trayectoria continua

hallar la trayectoria α óptima

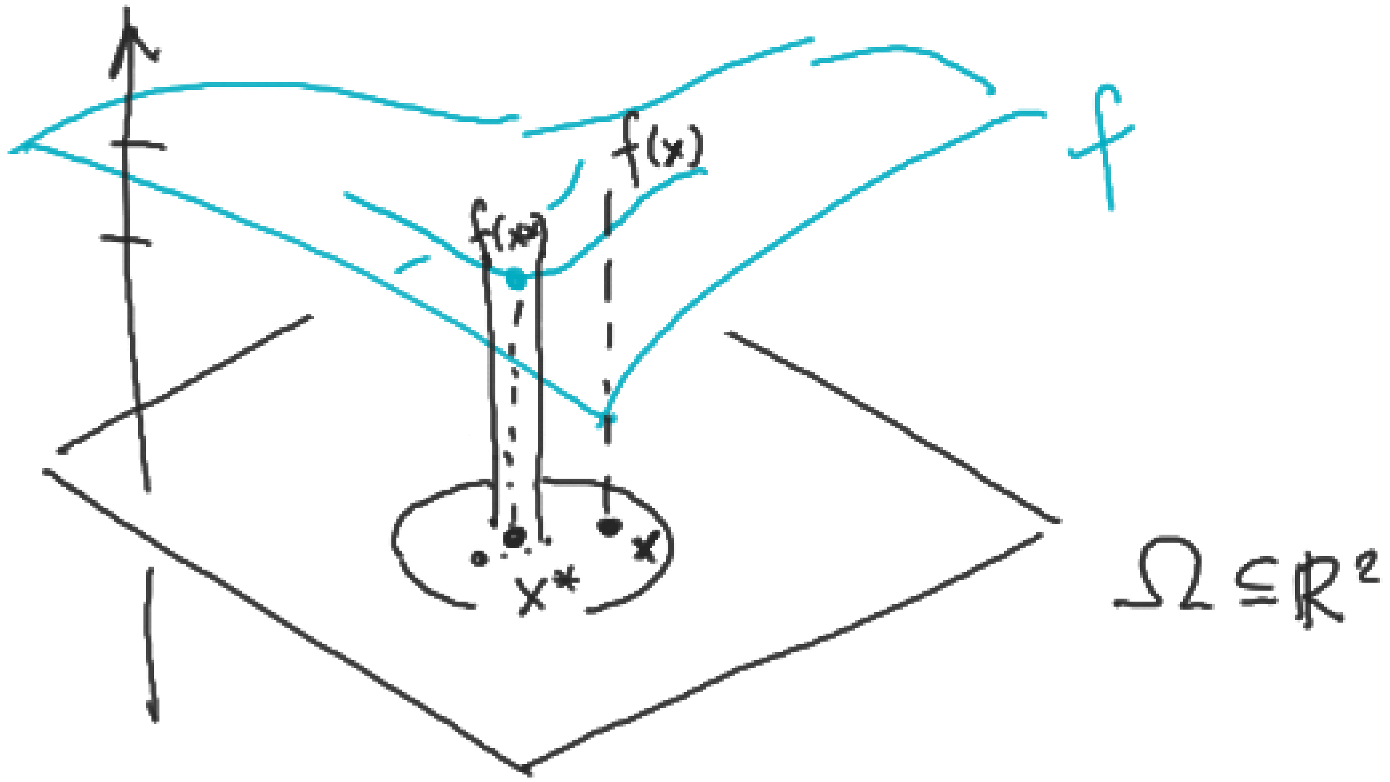
$$\alpha = \operatorname{argmin} C(\alpha)$$

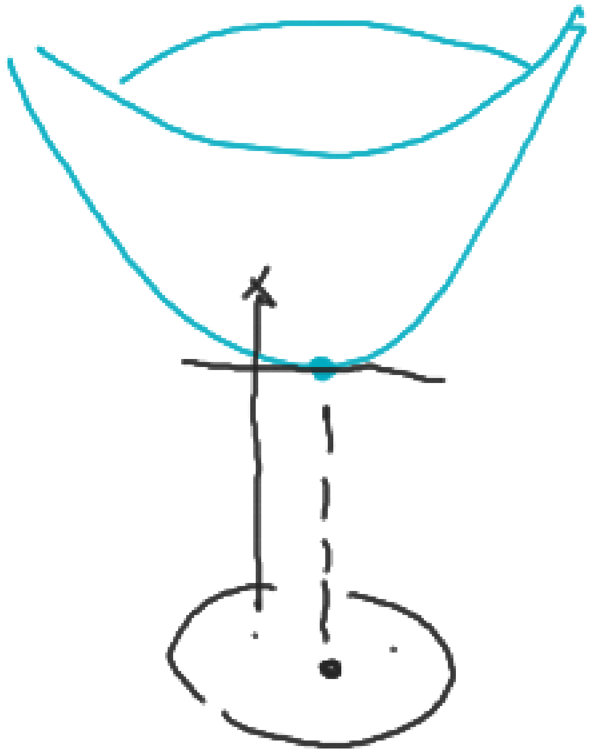
En el caso que $C : D \subseteq \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ sea diferenciable, podemos usar técnicas que aprendimos en cálculo.

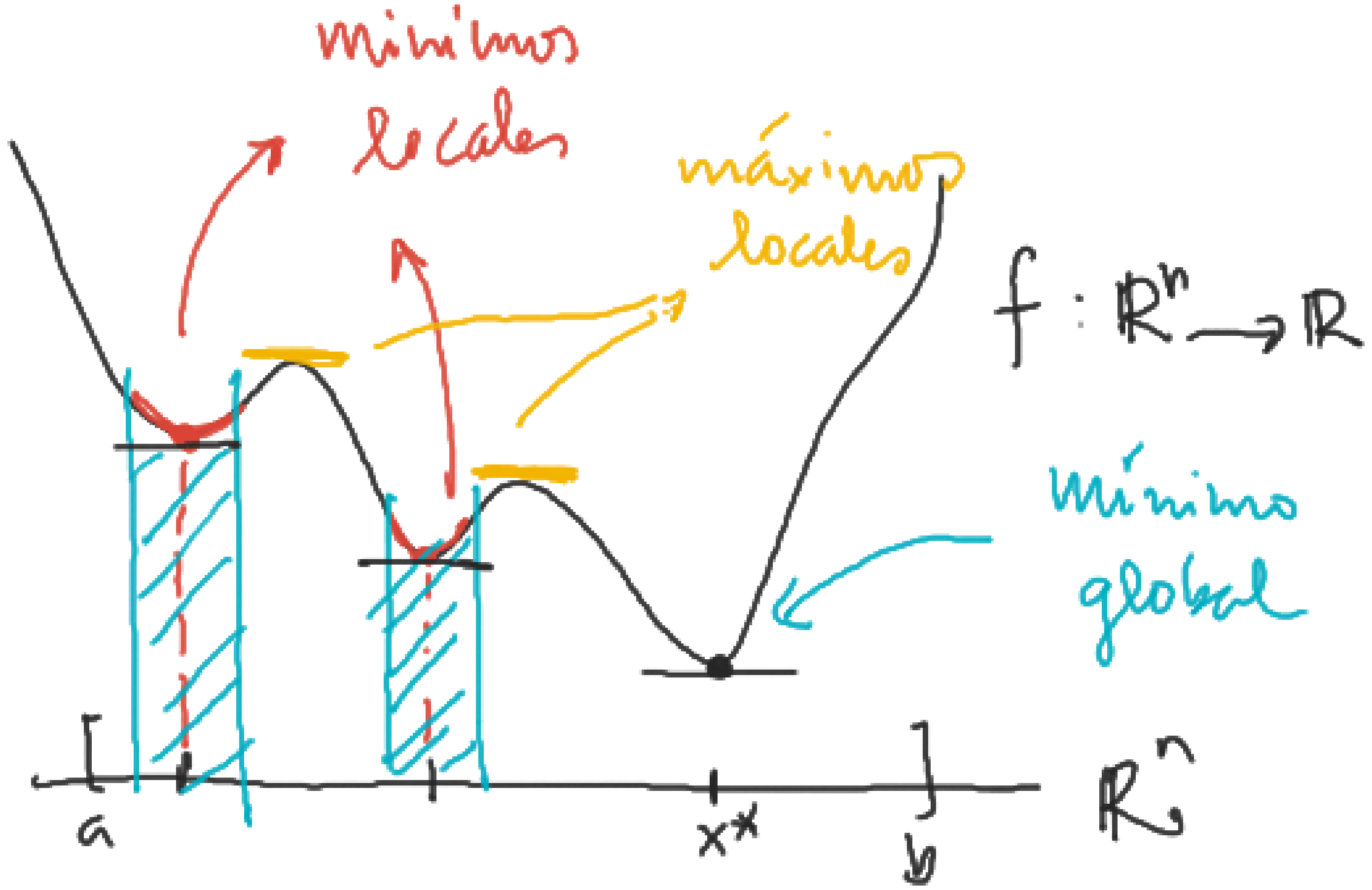
Buscamos $x \in D$ que satisface

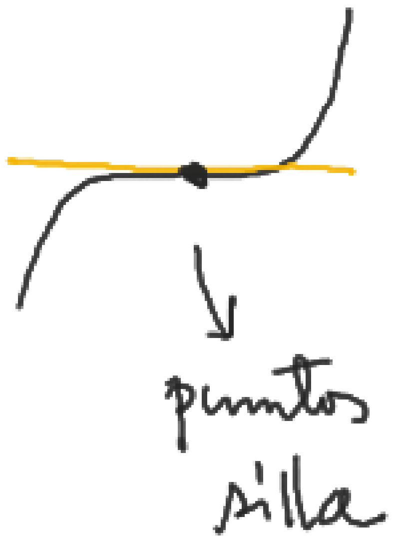
$$\boxed{\min C(x)}$$

$C : D \subseteq \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$


f
f(x)
f(x*)
x*
x
Ω ⊆ ℝ²



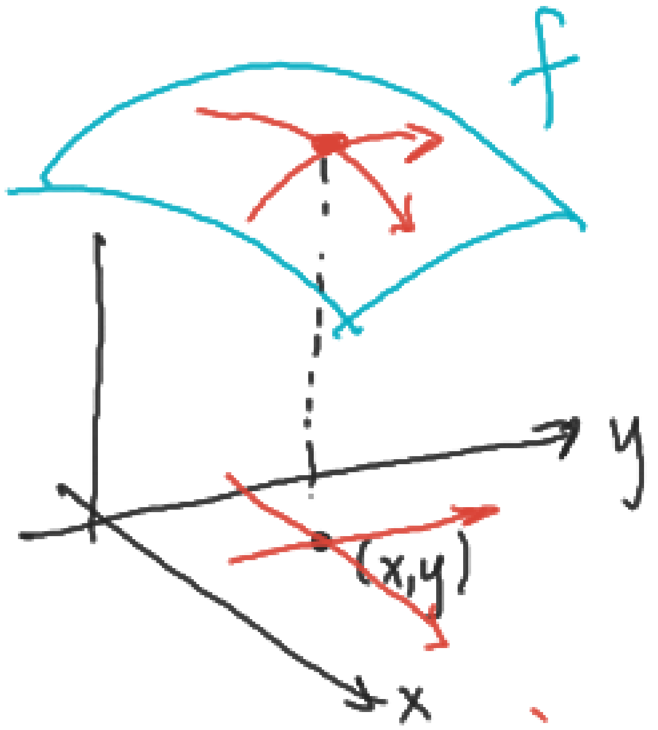

mínimos locales
máximos locales
f : ℝⁿ → ℝ
mínimo global
a
x*
b
ℝⁿ


puntos silla

Ejemplo: $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ $\quad f(x,y) = x^2y - 3y^3 + y^2$.

$$\nabla f(x,y) = \left[\frac{\partial f}{\partial x}(x,y), \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) \right]$$

$$= \left[2xy, \ x^2 - 9y^2 + 2y \right]$$



En el caso $f: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}(\mathbf{x}), \frac{\partial f}{\partial x_2}(\mathbf{x}), \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}(\mathbf{x}) \right]$$

$f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$

$$D^2 f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x_1}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n}(x) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2}(x) & \cdots & \vdots \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_n}(x) \end{bmatrix}$$

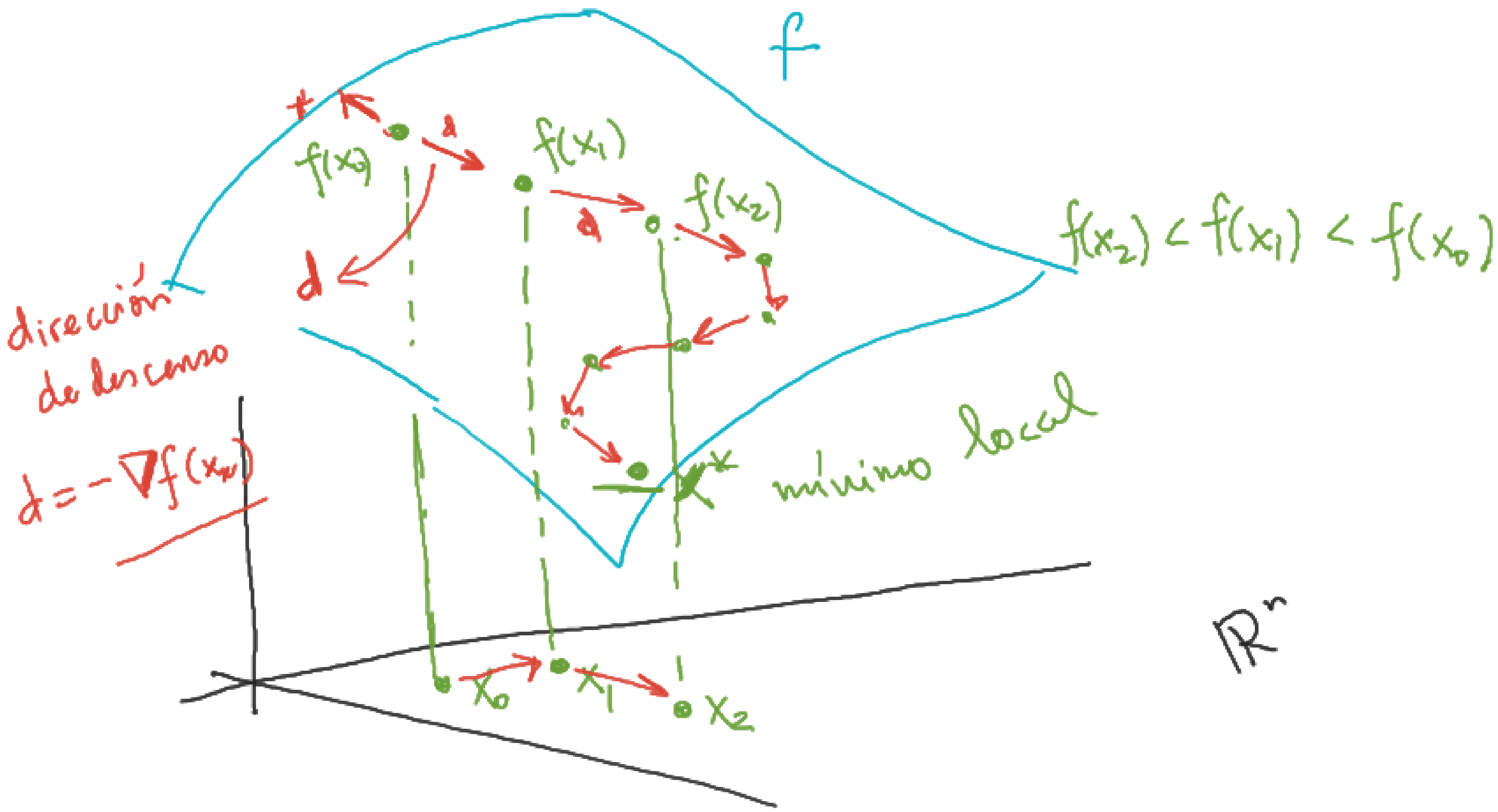
hessiano de f

$D^2 f(x)$ definida positiva (todos los autovalores de $D^2 f(x)$ $\lambda_i > 0$)

$D^2 f(x)$ semidefinida positiva ($\lambda_i \geq 0$)

Tres casos:

- Todos los $\lambda_i \geq 0 \Rightarrow x$ mínimo
- " " $\lambda_i \leq 0 \Rightarrow x$ máximo
- hay $\lambda_i > 0$ y $\lambda_i < 0 \Rightarrow x$ punto silla.



f
f(x0)
f(x1)
f(x2)
f(x2) < f(x1) < f(x0)
dirección de descenso
d = -∇f(xk)
mínimo local
x*
x0
x1
x2
ℝn

Algoritmo (Descenso Gradiente)

Input: $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, f diferenciable

$x_0 \in \mathbb{R}^n$

Do

Detectar una dirección de descenso d_k en el punto x_k

ecuación de actualización

$$\boxed{x_{k+1} = x_k + \alpha d_k}$$

While (not Condición de Paro).

criterio de paro