Superficies Minimas de Bour

Geometria Diferencial

Alejandro Pallais Garcia

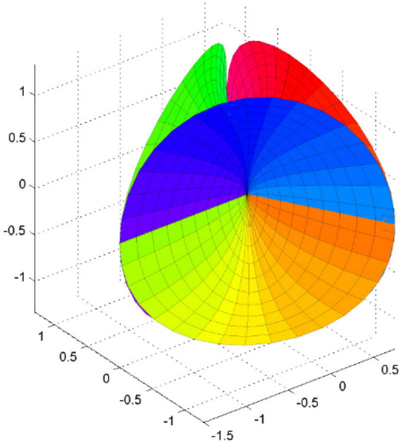
Universidad del Valle de Guatemala

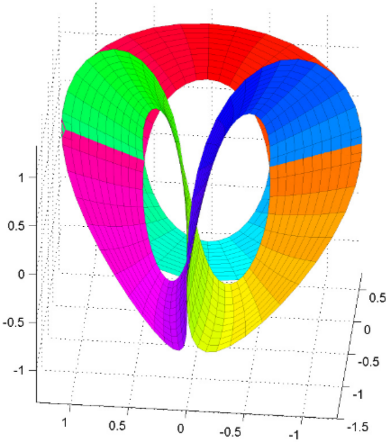
31 de mayo de 2024

Contenido

Contenido

Como se ve





Edmond Bour (1832-1866)

Biogtrafia

- Ingeniero frances
- Formula de Bour $u_{xt} - \frac{1}{\rho^2} \sin(u) = 0$ done $-1/\rho^2$ es la curvatura Gaussiana κ
- l'École Polytechnique
- Bour no nombro sus superficies, estas deben su nombre al matemático estadounidense William H. Meeks III y el matemático francés Jean-Pierre Bourguignon, quienes hicieron importantes contribuciones al estudio de estas superficies en la década de 1980.

Contenido

parametrizacion normal

$$X(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,z))$$

$$x(u,v) = u - \frac{\sinh(u)\cos(v)}{\cosh(u)+\cos(v)}$$

$$y(u,v) = v - \frac{\sin(v)\cosh(u)}{\cosh(u)+\cos(v)}$$

$$z(u,v) = 2\arctan\left(\tan\left(\frac{v}{2}\right)\tanh\left(\frac{u}{2}\right)\right)$$

parametrizacion polar

$$X(r,\theta) = (x(r,\theta), y(r,\theta), z(r,\theta))$$
$$x(r,\theta) = r\cos(\theta) - \frac{1}{2}r^2\cos(2\theta)$$
$$y(r,\theta) = -r\sin(\theta)(r\cos(\theta)+1)$$
$$z(r,\theta) = \frac{4}{3}r^{3/2}\cos\left(\frac{3}{2}\theta\right)$$

$$X(z,m) = (x(z,m), y(z,m), z(z,m))$$

$$x(z,m) = \frac{z^{m-1}}{m-1} - \frac{z^{m+1}}{m+1}$$

$$y(z,m) = i\left(\frac{z^{m-1}}{m-1} - \frac{z^{m+1}}{m+1}\right)$$

$$z(z,m) = \frac{2z^m}{m}$$

Contenido

Coordenadas Polares

$E = \frac{(r^4+1)^2}{(r^6-2r^3\cos(3\theta)+1)^2}, F = 0, G = \frac{r^2(r^4+1)^2}{(r^6-2r^3\cos(3\theta)+1)^2}$
$N = \left(-\frac{2\sqrt{r}\cos(\theta/2)}{1+r}, -\frac{2\sqrt{r}\sin(\theta/2)}{1+r}, -1+\frac{2}{1+r}\right)$
$e = -\frac{4r((r^6+1)\cos(3\theta)-2r^3)}{(r^6-2r^3\cos(3\theta)+1)^2}, f = -\frac{4r^2(r^2-1)(r^4+r^2+1)\sin(\theta)(2cos(2\theta)+!)}{(r^6-2r^3\cos(3\theta)+1)^2},$
$g = \frac{4r^3((r^6+1)\cos(3\theta)-2r^3)}{(r^6-2r^3\cos(3\theta)+1)^2}$

$$H = \frac{eG - 2fF + gE}{2(EG - F^2)} = \frac{-4r()r^2(r^4+1)^2 + 4r^3()(r^4+1)^2}{2(r^6 - 2r^3\cos(3\theta)+1)^4} = 0$$

$$dA = r(1+r^2)dr\hat{\ }d\theta$$

$$k = -\frac{1}{r(1+r)^4}$$

- La superficie de Bour se puede describir mediante una parametrización compleja, lo que significa que se puede representar como una imagen de una función analítica.
- Las funciones que definen la superficie de Bour son diferenciables en el sentido complejo, lo que significa que son suaves y cumplen las ecuaciones de Cauchy-Riemann.
- Invariancia bajo Transformaciones de Möbius
- Representación de Weierstrass-Enneper

$$X(z) = R\left(\int (1 - g^2, i(1 + g^2), 2g)\theta(z)dz\right)$$

otras propiedades

- Las superficies mínimas de Bour tienen un comportamiento asintótico bien definido. Esto significa que a medida que te alejas de la superficie, la geometría de la superficie se aproxima a una forma específica. Este comportamiento asintótico está relacionado con la topología de la superficie y es importante para comprender su estructura global.
- Las superficies mínimas de Bour son estables bajo ciertas deformaciones infinitesimales. Esto significa que si se aplica una perturbación pequeña a la superficie, la energía total de la superficie no aumenta en primer orden. Esta estabilidad es una propiedad importante en el estudio de la geometría de las superficies mínimas y tiene implicaciones en la teoría de la elasticidad y la física de las membranas

conexiones con otras ramas

- Las superficies mínimas de Bour están estrechamente relacionadas con la teoría de Morse, que estudia las estructuras críticas de las funciones diferenciables. Las curvas críticas de ciertas funciones asociadas a las superficies mínimas de Bour pueden utilizarse para entender su estructura y clasificación.
- Las superficies mínimas de Bour tienen conexiones profundas con la geometría riemanniana, especialmente en lo que respecta a la métrica inducida en la superficie y las propiedades geométricas relacionadas, como la curvatura de Ricci y la curvatura de sección.

Crochet?

Contenido

Referencias

- Wikipedia contributors. "Bour's minimal surface." Wikipedia, The Free Encyclopedia. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Bour%27s_minimal_surface.
- Wikipedia contributors. .Edmond Bour." Wikipedia, The Free Encyclopedia. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Edmond_Bour
- Weisstein, Eric W. "Bour's Minimal Surface." MathWorld–A Wolfram Web Resource. Available: https://mathworld.wolfram.com/BoursMinimalSurface.html
- Glaeser, Georg. .A New Look at Bour's Minimal Surface." *Mathematical Intelligencer*, Springer, 2023. Available: `https://link.springer.com/article/10.1007/s00283-023-10314-1`
- O'Connor, John J.; Robertson, Edmund F., .Edmond Bour", MacTutor History of Mathematics Archive, University of St Andrews.
- Weisstein, Eric W. "Bour's Minimal Surface." From MathWorld–A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/BoursMinimalSurface.html
- Ulrich Dierkes, Stefan Hildebrandt, Friedrich Sauvigny. Minimal